

Técnicas Experimentales I
Instrumentación Electrónica

Práctica 1:

Circuitos de Corriente Continua

Pedro Martínez Caamaño

1• Objetivos

En el día a día contemporáneo nos vemos rodeados del impulsor tecnológico moderno, la electrónica. Para este aspecto y la inercia del mundo, hay que confiar en la electricidad; pero más allá de dejarnos llevar por esta, tendremos que comprenderla. Así, de forma práctica, realizaremos un primer contacto con material básico del laboratorio de electrónica, verificaremos de forma experimental la ley de Ohm, nos familiarizaremos con las escalas y magnitudes, experimentaremos con las resistencias en serie y en paralelo y haremos tratamiento de datos.

Pese a ser estas nuestras primeras realizaciones en laboratorio, podremos generalizar los objetivos en:

- Uso del polímetro.
- Aplicación del código de colores e interpretación de este en las resistencias.
- Comprobación de la ley de Ohm y de las leyes básicas de asociación de resistencias.

Al ir realizando las mediciones, dependiendo de su categoría, las dividiremos en Medida de resistencias, Circuito en serie y Circuito en paralelo. En cada una haremos las correspondientes estimaciones directas, indirectas o teóricas, regresiones lineales, daremos los resultados y los procesaremos para luego discutirlos brevemente.

2• Material

Haremos uso del correspondiente material:

- Polímetro
- Placa base y cables de conexión
- Resistencias
- Fuente de alimentación de corriente continua

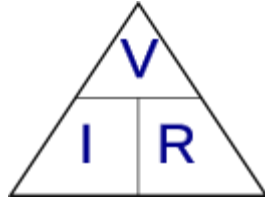
3• Fundamentos Teóricos

Los dos fundamentos físicos básicos con los que operaremos serán la ley de Ohm y la Asociación de resistencias eléctricas.

Ley de Ohm

Esta es una ley básica en el funcionamiento de circuitos eléctricos que relaciona la diferencia de Potencial (V , en Voltios (V)) con la Intensidad (I , en Amperios (A)) y la Resistencia Eléctrica (R , en Ohmios (Ω)) mediante la fórmula:

$$V = I \cdot R$$

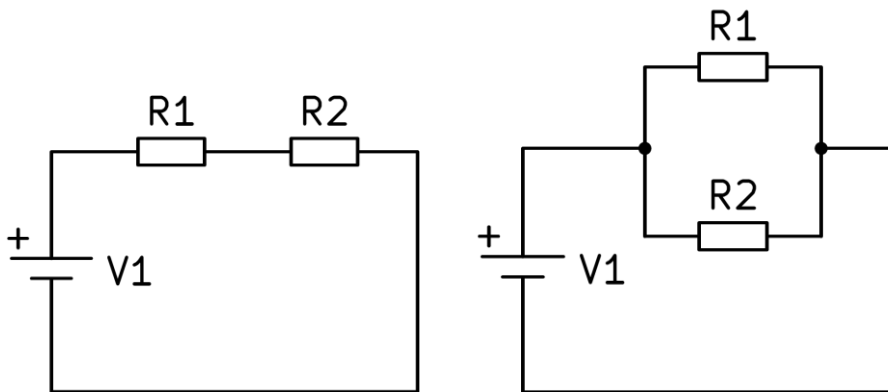


La ley fue enunciada por Georg Simon Ohm en 1827 y establece una relación directa de diferencia de potencial entre los extremos de un circuito eléctrico donde circula corriente con la resistencia de este y la intensidad sobre tal.

Por ello, al aplicar la relación $\frac{V}{I}$ esta debe permanecer constante, pudiendo evaluar de esta manera el valor de la resistencia: $\frac{V}{I} = cte. = R$; al haber en la recolección de datos, cierta incertidumbre sobre tales, deberemos operar bajo esta ecuación haciendo uso de la propagación de incertidumbres de medidas indirectas. Otra forma, con base de amplia cantidad de valores, es mediante representación gráfica de V frente a I, en la que, mediante regresión lineal obtendremos una recta cuya pendiente ha de ser la resistencia en cuestión: $\frac{\Delta V}{\Delta I} = R$

Asociación de resistencias eléctricas

Las resistencias, ya mencionadas, relacionan la intensidad con la tensión eléctrica de manera que, de forma no activa, disipan la energía del sistema en forma de calor. Ocurre y comprobaremos que al disponer varias resistencias en el mismo circuito de corriente continua (en estas prácticas entre una y dos, siendo siempre dos para las pruebas de asociación de resistencias) las propiedades generales de estas como conjunto varían si las disponemos en serie o en paralelo.



De izquierda a derecha: circuito con resistencias en serie y circuito con resistencias en paralelo.

- Resistencias en Serie. Dispuestas de forma contigua, cumple que, la intensidad es constante a lo largo de todas sus resistencias y la diferencia de potencial es la suma de la diferencia de potencial entre los terminales de cada resistencia, es decir que $V = V_1 + V_2$ Siendo V la resultante general en los extremos del conjunto de las dos resistencias y cada V indicada la

diferencia de potencial entre los bornes de cada resistencia. Estos dos supuestos nos llevan a que las propiedades de resistencia se suman de forma continua: $R = \sum_i^n R_i$

- Resistencias en Paralelo. Unidas sus terminales a ambos extremos del circuito. La corriente total, al entrar por el nodo que conecta ambas resistencias, ha de dividirse, ocurre que la intensidad se reparte entre ambas resistencias a su paso $I = I_1 + I_2$ y el voltaje a través de cada resistencia es el mismo e igual al total del circuito. Entonces, en esta colocación, se da la siguiente relación como resistencia general de sus respectivas individuales: $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

4• Medida de Resistencias

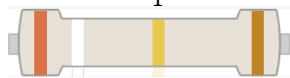
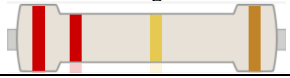
4.1• Código de Colores

Poseyendo las resistencias, podremos analizarlas mediante la tabla del código de colores dada por el fabricante para obtener sus valores esperados y correspondiente incertidumbre.

Colores	1ª Cifra	2ª Cifra	Multiplicador	Tolerancia
Negro		0	· 0	
Marrón	1	1	· 10 ¹	±1%
Rojo	2	2	· 10 ²	±2%
Naranja	3	3	· 10 ³	
Amarillo	4	4	· 10 ⁴	
Verde	5	5	· 10 ⁵	±0.5%
Azul	6	6	· 10 ⁶	
Violeta	7	7	· 10 ⁷	
Gris	8	8	· 10 ⁸	
Blanco	9	9	· 10 ⁹	
Oro			· 10 ⁻¹	±5%
Plata			· 10 ⁻²	±10%
Sin color				±20%

Código de Colores de cuatro bandas.

Ahora aplicaremos la información de la tabla a nuestras dos resistencias, expresando los resultados con tres cifras significativas en sus magnitudes ya que dispondremos de esa precisión en las medidas directas y también es una decisión que tomaremos personalmente. Haremos las debidas aproximaciones.

Resistencia	Valor nominal (Ω)	Tolerancia	$R \pm s(R)$ (Ω)
 R_1	$3,90 \cdot 10^5$	±5%	$(3,90 \pm 0,20) \cdot 10^5$
 R_2	$2,20 \cdot 10^5$	±5%	$(2,20 \pm 0,11) \cdot 10^5$

Valores Teóricos de las resistencias.

4.2. Medida Directa

Con ayuda del polímetro, mediremos los valores de las resistencias anteriores colocando los bornes del multímetro en los extremos de cada resistencia. Debido a que no hemos podido acceder al manual de instrucciones del polímetro, desconocemos la incerteza asociada en medidas experimentales que suele ofrecer como dato el fabricante. De forma aproximada a esta, tomaremos como cifras significativas aquellas que puedan disponerse en la pantalla en las mediciones. Esto es algo que haremos en futuras mediciones de siguientes apartados y que afrontaremos de esta misma forma.

Resistencia	Lectura (Ω)	Resolución (Ω)	$R \pm s(R)$ (Ω)
R_1	$3,95 \cdot 10^5$	$\pm 10^3$	$(3,95 \pm 0,01) \cdot 10^5$
R_2	$2,18 \cdot 10^5$	$\pm 10^3$	$(2,18 \pm 0,01) \cdot 10^5$

Valores de las resistencias medidos con el polímetro.

4.3. Estimación Indirecta

4.3.1. Toma de medidas

Completaremos ahora, para la resistencia uno (R_1), diez medidas en las que valoraremos la intensidad del circuito con la resistencia (colocando el polímetro en serie en este, conectado a la corriente continua) según cierto voltaje (que seleccionaremos desde 1 a 10 V).

Medida	$V \pm s(V)$ (V)	$I \pm s(I)$ (A)
1	$1,0 \pm 0,1$	$(2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,0 \pm 0,1$	$(5,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,0 \pm 0,1$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,0 \pm 0,1$	$(10,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,0 \pm 0,1$	$(12,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,0 \pm 0,1$	$(15,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,0 \pm 0,1$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,0 \pm 0,1$	$(20,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,0 \pm 0,1$	$(23,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,0 \pm 0,1$	$(25,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

Intensidad y Tensión en medidas de circuito simple usando la resistencia R_1 .

4.3.2. Regresión Lineal Simple

Si representamos gráficamente V frente a I, según la Ley de Ohm, deberíamos obtener una recta que pase por el origen de coordenadas con el valor de la resistencia como pendiente. De forma práctica, al tomar datos de un mundo imperfecto, no nos va a dar una recta perfecta, sino aproximada, y esta la conseguiremos mediante regresión lineal simple utilizando el método de los mínimos cuadrados con el cual minimizaremos el error general asociado al peso estadístico de los valores y encontraremos la recta que mejor se aproxime a los puntos representados. La recta que obtendremos será $V = I \cdot R + a$ tal que a será próxima a cero o al menos debería.

Para aplicar el método de mínimos cuadrados utilizaremos $\omega_i = \frac{1}{s^2(y_i) + b^2 \cdot s^2(x_i)}$ pero despreciaremos la incertidumbre de x (correspondiente a las medidas de intensidad) frente a la de y (que muestra las medidas de voltaje, con una diferencia de 6 órdenes de magnitud), por tanto $\omega_i = \frac{1}{s^2(y_i)}$ y como la incertidumbre en y (voltaje) es la misma ($\pm 0,1 V$), llegamos a que $\omega_i = cte$. Así, utilizaremos esto en la función a minimizar, que quedará como $X^2 = \omega_i \cdot \sum_i^n (y_i - (\alpha + \beta \cdot x_i))^2$ tal que $y_i = V_i$, $x_i = I_i$, $\beta = R$ y $\alpha = 0$. Para este último, haremos una comprobación para así verificar que $V = I \cdot R + a$ pasa por el origen o al menos muy próximo a este, usaremos la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{(\sum_i V_i) \cdot (\sum_i I_i^2) - (\sum_i I_i) \cdot (\sum_i V_i \cdot I_i)}{n \cdot (\sum_i I_i^2) - (\sum_i I_i)^2}$$

V (V)	I (A)	I ² (A)	V · I (V · A)
1	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$6,8 \cdot 10^{-12}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$
2	$5,2 \cdot 10^{-6}$	$27,0 \cdot 10^{-12}$	$10,4 \cdot 10^{-6}$
3	$7,8 \cdot 10^{-6}$	$60,8 \cdot 10^{-12}$	$23,4 \cdot 10^{-6}$
4	$10,2 \cdot 10^{-6}$	$104,0 \cdot 10^{-12}$	$40,8 \cdot 10^{-6}$
5	$12,8 \cdot 10^{-6}$	$163,8 \cdot 10^{-12}$	$64 \cdot 10^{-6}$
6	$15,3 \cdot 10^{-6}$	$234,1 \cdot 10^{-12}$	$91,8 \cdot 10^{-6}$
7	$17,9 \cdot 10^{-6}$	$320,4 \cdot 10^{-12}$	$125,3 \cdot 10^{-6}$
8	$20,5 \cdot 10^{-6}$	$420,2 \cdot 10^{-12}$	$164 \cdot 10^{-6}$
9	$23,0 \cdot 10^{-6}$	$529,0 \cdot 10^{-12}$	$207 \cdot 10^{-6}$
10	$25,5 \cdot 10^{-6}$	$650,2 \cdot 10^{-12}$	$255 \cdot 10^{-6}$
$\sum V_i = 55$	$\sum I_i = 140,8 \cdot 10^{-6}$	$\sum I_i^2 = 2516,3 \cdot 10^{-12}$	$\sum V_i \cdot I_i = 984,3 \cdot 10^{-6}$

A lo que alfa se resolvería como $\alpha = -0,0361$, que es muy próxima a cero, por lo que podemos decir que la ecuación $V = R \cdot I$ se cumple con las características de recta con término independiente nulo; así que utilizaremos las ecuaciones correspondientes a tal para una regresión lineal simple sin término independiente:

$$R = \frac{\sum_i V_i \cdot I_i}{\sum_i I_i^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (V_i - R \cdot I_i)^2}{n - 1}}$$

$$s(R) = \frac{s}{\sqrt{\sum_i I_i^2}}$$

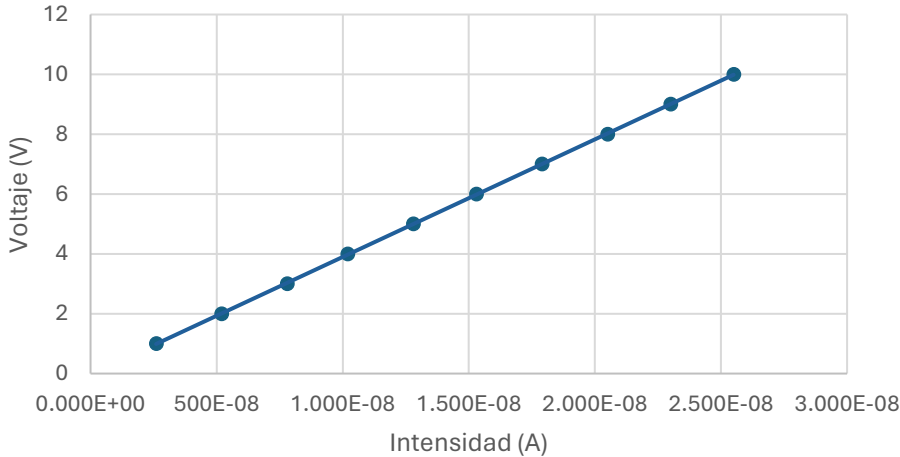
$$r = \frac{\sum_i V_i \cdot I_i}{\sqrt{(\sum_i I_i^2) \cdot (\sum_i V_i^2)}}$$

A esto, formaremos una tabla de valores para calcular estos valores, en realidad será la misma tabla que arriba, pero añadiendo dos columnas que faltan:

$V (V)$	$I (A)$	$V^2 (V)$	$I^2 (A)$	$V \cdot I (V \cdot A)$	$(V - R \cdot I)^2$
1	$2,6 \cdot 10^{-6}$	1	$6,8 \cdot 10^{-12}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$2,76 \cdot 10^{-4}$
2	$5,2 \cdot 10^{-6}$	4	$27,0 \cdot 10^{-12}$	$10,4 \cdot 10^{-6}$	$1,10 \cdot 10^{-3}$
3	$7,8 \cdot 10^{-6}$	9	$60,8 \cdot 10^{-12}$	$23,4 \cdot 10^{-6}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$
4	$10,2 \cdot 10^{-6}$	16	$104,0 \cdot 10^{-12}$	$40,8 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$
5	$12,8 \cdot 10^{-6}$	25	$163,8 \cdot 10^{-12}$	$64 \cdot 10^{-6}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$
6	$15,3 \cdot 10^{-6}$	36	$234,1 \cdot 10^{-12}$	$91,8 \cdot 10^{-6}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$
7	$17,9 \cdot 10^{-6}$	49	$320,4 \cdot 10^{-12}$	$125,3 \cdot 10^{-6}$	$1,21 \cdot 10^{-6}$
8	$20,5 \cdot 10^{-6}$	64	$420,2 \cdot 10^{-12}$	$164 \cdot 10^{-6}$	$2,40 \cdot 10^{-4}$
9	$23,0 \cdot 10^{-6}$	81	$529,0 \cdot 10^{-12}$	$207 \cdot 10^{-6}$	$4,90 \cdot 10^{-5}$
10	$25,5 \cdot 10^{-6}$	100	$650,2 \cdot 10^{-12}$	$255 \cdot 10^{-6}$	$8,70 \cdot 10^{-4}$
$\sum V_i = 55$	$\sum I_i = 140,8 \cdot 10^{-6}$	$\sum V_i^2 = 385$	$\sum I_i^2 = 2516,3 \cdot 10^{-12}$	$\sum V_i \cdot I_i = 984,3 \cdot 10^{-6}$	$\sum (V - R \cdot I)^2 = 5,49 \cdot 10^{-3}$

Aplicando las fórmulas y usando los redondeos y cifras significativas necesarios, nos queda un valor de resistencia de: $(391,02 \pm 0,49) \cdot 10^3 \Omega$ con un coeficiente de regresión lineal de $r \approx 0,9996881417 \dots$

Circuito con una Resistencia



4.4• Resultados

Hemos obtenido los siguientes resultados por diversos métodos:

Resistencia	Código de Colores (Ω)	Medida Directa (Ω)	Estimación Indirecta (Ω)
R_1	$(3,90 \pm 0,20) \cdot 10^5$	$(3,95 \pm 0,01) \cdot 10^5$	$(391,02 \pm 0,49) \cdot 10^3$
R_2	$(2,20 \pm 0,11) \cdot 10^5$	$(2,18 \pm 0,01) \cdot 10^5$	

Para la resistencia dos, hay un rango entre las incertidumbres de ambos métodos donde coincide (2,19) por lo que podemos juzgarlo como valor confiable.

En cambio, con la primera resistencia, pese a poder aproximar (sobre todo con el uso del código de colores y con estimación indirecta), no hay pleno consenso de intersección confiable. Para llegar a esto se puede deber a la baja precisión de los valores de voltaje que indicaba la fuente de alimentación. Sería más eficiente haber utilizado el

polímetro para verificar con más cifras significativas estos datos. De todas formas, podemos considerarlo un valor bueno como aproximación.

5. Circuito en Serie

5.1. Estimación teórica y medida directa

Situaremos ahora el ya mencionado circuito en serie (véase esquema en la página III) con las resistencias, también ya usadas, R_1 y R_2 .

En este tipo de circuitos resulta que el conjunto de resistencias da lugar a una resistencia general ficticia con valor de suma de sus partes (este principio ya se mencionó en las páginas III y IV). Por ello, comenzaremos con el cálculo de este, pero detectando su incertidumbre mediante propagación de incertidumbres.

El valor teórico se obtiene sumando las resistencias según estipula el código de colores, por lo que $R = R_1 + R_2 = 6,1 \cdot 10^5 \Omega$ y su incertidumbre calculada con el método de mínimos cuadrados aproximada a dos cifras significativas: $s(R) = \sqrt{s(R_1)^2 + s(R_2)^2} = 0,23 \cdot 10^5 \Omega$

Por medida directa con polímetro, encontraríamos como resultado con la incertidumbre del multímetro que $R + s(R) = (0,615 \pm 0,001) \cdot 10^6 \Omega$

Estimación Teórica (Ω)	Medida Directa (Ω)
$(6,10 \pm 0,23) \cdot 10^5$	$(6,15 \pm 0,01) \cdot 10^5$

5.2. Estimación indirecta

5.2.1. Toma de medidas

Realizaremos diez medidas buscando un voltaje lineal desde 1 a 10 V en los que haremos tomas de la diferencia de tensión de la resistencia general y las resistencias individuales por sus bornes en circuito en serie, además de la intensidad, que recordaré, es constante en todo el circuito. Estas medidas las haremos alternando la presencia del polímetro en el circuito de en serie a en paralelo según midamos intensidad o tensión.

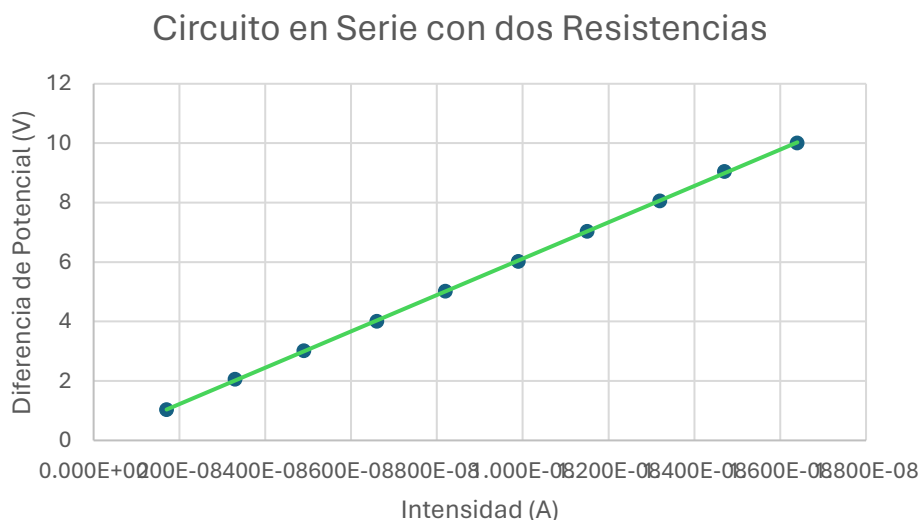
Medida	$V \pm s(V)$ (V)	$V_1 \pm s(V_1)$ (V)	$V_2 \pm s(V_2)$ (V)	$I \pm s(I)$ (A)
1	$1,032 \pm 0,001$	$0,656 \pm 0,001$	$0,364 \pm 0,001$	$(1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,05 \pm 0,01$	$1,305 \pm 0,001$	$0,724 \pm 0,001$	$(3,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,01 \pm 0,01$	$1,911 \pm 0,001$	$1,059 \pm 0,001$	$(4,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,00 \pm 0,01$	$2,54 \pm 0,01$	$1,409 \pm 0,001$	$(6,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,02 \pm 0,01$	$3,18 \pm 0,01$	$1,765 \pm 0,001$	$(8,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,02 \pm 0,01$	$3,82 \pm 0,01$	$2,11 \pm 0,01$	$(9,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,03 \pm 0,01$	$4,46 \pm 0,01$	$2,47 \pm 0,01$	$(11,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,06 \pm 0,01$	$5,12 \pm 0,01$	$2,83 \pm 0,01$	$(13,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,05 \pm 0,01$	$5,74 \pm 0,01$	$3,18 \pm 0,01$	$(14,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,01 \pm 0,01$	$6,35 \pm 0,01$	$3,52 \pm 0,01$	$(16,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

Intensidad y Tensión en medidas de circuito en serie usando las resistencias R_1 y R_2 .

5.2.2· Regresión Lineal Simple

La incógnita ahora es el valor de la resistencia conjunta, que comprobaremos de forma indirecta mediante regresión lineal simple. Esta vez nos ahorraremos el proceso de mostrar los cálculos pues el procedimiento es exactamente el mismo al realizado en el apartado 4.3.2.

Nos da que R vale $(611,67 \pm 0,92) \cdot 10^3 \Omega$



Tras aplicar una de las ecuaciones asociadas a los circuitos en serie, confirmaremos que $V = V_1 + V_2$ haciendo una tabla (con todos los valores el Voltios):

V	$s(V)$	V_1	$s(V_1)$	V_2	$s(V_2)$	$\sum_i V_i$	$\sum_i s(V_i)$
1,032	0,001	0,656	0,001	0,364	0,001	1,02	0,01
2,05	0,01	1,305	0,001	0,724	0,001	2,029	0,001
3,01	0,01	1,911	0,001	1,059	0,001	2,97	0,01
4,00	0,01	2,54	0,01	1,409	0,001	3,949	0,010
5,02	0,01	3,18	0,01	1,765	0,001	4,945	0,010
6,02	0,01	3,82	0,01	2,11	0,01	5,93	0,01
7,03	0,01	4,46	0,01	2,47	0,01	6,93	0,01
8,06	0,01	5,12	0,01	2,83	0,01	7,95	0,01
9,05	0,01	5,74	0,01	3,18	0,01	8,92	0,01
10,01	0,01	6,35	0,01	3,52	0,01	9,87	0,01

Realizadas las aproximaciones, vemos que la ecuación a comprobar se aproxima, pero no es equivalente. A simple vista podríamos pensar en fallos numéricos o al realizar el experimento. No digo que no puedan darse estos, pero quizás se deba a no tener en cuenta todas las variables como es la de la resistencia material de los filamentos de cobre que usamos como conductores. Por ende, estos valores (así como en los obtenidos por regresión lineal, no se deben tomar con tanta relevancia como los más directos.

5.3• Resultados

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Resistencia	Estimación Teórica (Ω)	Medida Directa (Ω)	Estimación Indirecta (Ω)
$R = R_1 + R_2$	$(6,10 \pm 0,23) \cdot 10^5$	$(6,15 \pm 0,01) \cdot 10^5$	$(611,67 \pm 0,92) \cdot 10^3 \Omega$

Los valores son más consistentes esta vez pues muestran una clara comprobación de la regla de la resistencia compuesta. Para justificar los errores, cabe decir que en estos cálculos no se tiene en cuenta la resistencia de los hilos conductores que conforman el circuito como son los cables de cobre, que transforman cierta proporción de esta corriente en calor.

6• Circuito en Paralelo

6.1• Estimación teórica y medida directa

Estructuraremos ahora un circuito con las dos resistencias en paralelo (véase figura de la página III) en la que, acorde a lo especificado sobre las características de los circuitos en paralelo en la página IV, deberían cumplirse las siguientes condiciones, y es lo que comprobaremos: $I = I_1 + I_2$, $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ y una diferencia de tensión a ambos lados (tanto bornes de cada resistencia como nodos de unión) igual y constante.

Estas ecuaciones se encuentran primero deduciendo que la intensidad se reparte a lo largo de su camino por las resistencias que se encuentren en paralelo, por ello se puede especificar que $I = \sum_i I_i$. Aplicando la ley de Ohm nos quedaría que $\frac{V}{R} = \sum_i \frac{V_i}{R_i}$ pero para que la intensidad se reparta por el circuito, el voltaje ha de ser constante, así, nos queda que $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$.

Comenzaremos, tras los cálculos, midiendo la resistencia de forma directa con el polímetro como ya hemos hecho en apartados anteriores. También tendremos que medir intensidades introduciendo el polímetro al circuito como elemento en serie, y para el voltaje, en paralelo.

Con la estimación teórica, usaremos la fórmula $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ y obtendremos de valor de R (utilizando la información relacionada con el código de colores), $1,406 \cdot 10^5 \Omega$ y la correspondiente incertidumbre siguiendo:

$$s(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \cdot s(R_1)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \cdot s(R_2)^2} = \sqrt{\frac{R_2^4}{(R_1+R_2)^4} \cdot s(R_1)^2 + \frac{R_1^4}{(R_1+R_2)^4} \cdot s(R_2)^2} \approx 5194$$

De forma directa hemos medido: $(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3 \Omega$

Completamos pues la tabla:

Estimación Teórica (Ω)	Medida Directa (Ω)
$(140,6 \pm 5,2) \cdot 10^3$	$(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3$

6.2. Estimación indirecta

6.2.1. Toma de medidas

Haremos diez medidas con voltajes distintos y evaluaremos la intensidad general del circuito y la que circula por cada resistencia. Cabe mencionar que, al realizar estas mediciones, hemos utilizado otra estrategia de toma de datos para ahorrar tiempo (pues en el punto 5 la tarea se hizo monótona y lenta), que consiste en poner el polímetro en posición de medir un elemento e ir tomando notas y cambiando el voltaje, así con cada uno de los tres componentes. Antes manteníamos el voltaje y cambiábamos los elementos a medir, ahora mantenemos el elemento a medir y cambiamos el voltaje. Esto, sin embargo, puede tener repercusiones ya que hemos aprendido que el voltaje indicado en la pantalla de la fuente de alimentación es, en muchas ocasiones, considerablemente distinto al medido por el polímetro (más preciso). Por eso, antes de realizar los cálculos y la regresión lineal, cabe tener eso en cuenta pues pueden ser los peores valores generales de toda la práctica. Dicho esto, escribimos los valores en tabla:

Medida	$V \pm s(V)(V)$	$I_1 \pm s(I_1)(A)$	$I_2 \pm s(I_2)(A)$	$I \pm s(I)(A)$
1	$1,0 \pm 0,1$	$(2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(5,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
2	$2,0 \pm 0,1$	$(5,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(9,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(14,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
3	$3,0 \pm 0,1$	$(7,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(14,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(22,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
4	$4,0 \pm 0,1$	$(10,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(18,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(29,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
5	$5,0 \pm 0,1$	$(12,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(23,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(36,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
6	$6,0 \pm 0,1$	$(15,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(27,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(43,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
7	$7,0 \pm 0,1$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(32,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(50,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
8	$8,0 \pm 0,1$	$(20,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(37,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(57,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
9	$9,0 \pm 0,1$	$(23,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(41,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(64,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$
10	$10,0 \pm 0,1$	$(25,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(46,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$	$(72,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}$

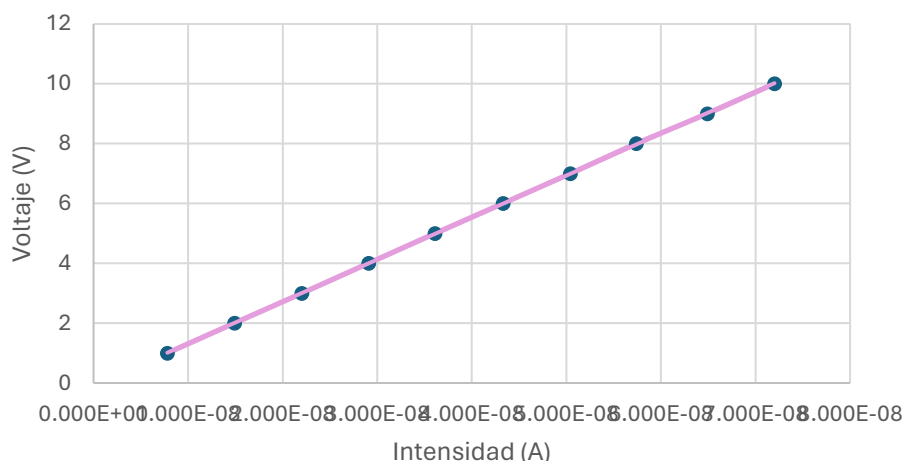
Intensidad y Tensión en medidas de circuito en paralelo usando las resistencias R_1 y R_2 .

6.2.2. Regresión Lineal Simple

Mediante regresión simple calcularemos R y su respectiva incerteza, representaremos V frente a I y para finalizar con las medidas del circuito en paralelo, observaremos si se cumplen las condiciones de suma de Intensidades.

Nos ahorraremos el extenso proceso de obtención de valores por regresión simple y así, obtenemos el siguiente resultado $R = (139,0 \pm 0,3) \cdot 10^3 \Omega$

Circuito en Paralelo con dos Resistencias



Ahora buscaremos confirmar la relación de intensidad de los circuitos en paralelo,
 $I = I_1 + I_2$

$I (10^{-6})$	$s(I) (10^{-6})$	$I_1 (10^{-6})$	$s(I_1)(10^{-6})$	$I_2 (10^{-6})$	$s(I_2) (10^{-6})$	$\sum_i I (10^{-6})$	$\sum_i s(I_i) (10^{-6})$
7,8	0,1	2,6	0,1	5,1	0,1	7,7	0,1
14,9	0,1	5,2	0,1	9,4	0,1	14,6	0,1
22,0	0,1	7,8	0,1	14,1	0,1	21,9	0,1
29,1	0,1	10,3	0,1	18,5	0,1	28,8	0,1
36,1	0,1	12,9	0,1	23,2	0,1	36,1	0,1
43,3	0,1	15,4	0,1	27,8	0,1	43,2	0,1
50,4	0,1	18,0	0,1	32,3	0,1	50,3	0,1
57,4	0,1	20,6	0,1	37,1	0,1	57,7	0,1
64,9	0,1	23,0	0,1	41,7	0,1	64,7	0,1
72,0	0,1	25,5	0,1	46,3	0,1	71,8	0,1

Los valores que medimos esta vez son más adecuados a la fórmula pese a tener una pequeña desvarianza promedio. De misma manera, la intensidad de la fuente de alimentación permaneció siempre constante. Puede deberse al propio polímetro, a ligeros cambios al alternar voltajes o a las características físicas del circuito, pese a que el estar en paralelo no debería afectar a la intensidad ni cambios de esta.

6.3• Resultados

Como síntesis, podríamos reordenar los datos obtenidos tal que tengamos:

Resistencia	Estimación Teórica (Ω)	Medida Directa (Ω)	Estimación Indirecta (Ω)
$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	$(140,6 \pm 5,2) \cdot 10^3$	$(140,8 \pm 0,1) \cdot 10^3$	$(139,0 \pm 0,3) \cdot 10^3 \Omega$

Esta vez, todas las medidas intersecan en mismas regiones, podríamos decir que el valor real se encuentra con mayor probabilidad en esta región. Parece que los obstáculos intrínsecos de la esencia del circuito no alteraron demasiado los resultados.

7· Conclusión

En esta práctica hemos hecho primer contacto con el hogar del empirismo: el laboratorio, donde nos hemos iniciado en los procedimientos básicos de laboratorio y nos hemos desvirgado ante el polímetro.

También hemos realizados nuestros primeros cálculos de tratamiento de datos, así como de generación de rectas por regresión lineal. Los datos obtenidos también parecen bastante buenos y razonables pese a no haber nosotros generado de momento una perspectiva ni intuición en ese aspecto, que queda en mera y valiosa iniciación. También hemos obtenido el poder tener una forma más angular de sentir y percibir las magnitudes relacionadas con la ley de Ohm, entre las cuales antes no teníamos una idea muy asentada sobre el “mucho” y el “poco”

8· Bibliografía

-Presentación sobre Análisis de Incertidumbres:

https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf

-Artículo con contexto y bases históricas de la Ley de Ohm:

https://en.wikipedia.org/wiki/Ohm%27s_law

-Código de colores:

<https://masterplc.com/calculadora/codigo-de-colores-de-resistencias/>

Técnicas Experimentales I
Instrumentación Electrónica

Práctica 2:

Circuitos de Corriente Alterna

Pedro Martínez Caamaño

1• Objetivos

Los principios de las ondas armónicas se ven reflejados en la tensión e intensidad frente al tiempo en la corriente alterna. La cual envuelve nuestro mundo, siendo habitual en las tomas eléctricas de nuestros hogares y espacios habituales. Por ello resulta tan interesante tratar de comprenderla y ver su forma a la que podemos no estar habituados.

También empezaremos a desenvolvemos con un aparato de medida más complejo que el polímetro, el osciloscopio, así como el generador de señales y el, para nosotros novedoso, condensador. Y trataremos de asimilar y acomodar en nuestra intuición, los principios de la corriente alterna, sus aparatos de medida y sus elementos.

2• Material

El material del que debemos disponer será el siguiente:

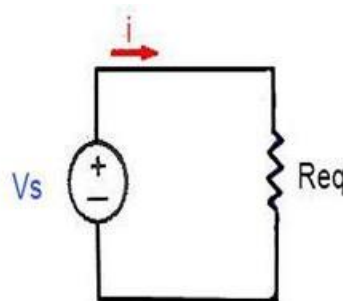
- Polímetro
- Placa base y cables de conexión
- Resistencia (10k Ω)
- Condensador (12k pF)
- Fuente de alimentación de corriente alterna (generador de señales)
- Osciloscopio digital

3• Fundamentos Teóricos

Los fundamentos físicos de esta práctica son más profundos y diversos. Pese a ello, los podremos agrupar en 3 secciones: Resistencia, Condensador y Circuito RC.

Resistencia

Al aplicar una resistencia a un circuito en el que una fuente de fem senoidal es la alimentación, como se observa en la siguiente imagen:



Circuito de corriente alterna con una resistencia.

veríamos la cualidad armónica del potencial, dependiente del tiempo (onda armónica cuya fase depende del tiempo):

$$V(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

en el que V_m es la amplitud y por tanto la tensión máxima. En futuros apartados, usaremos de forma trivial relaciones básicas del tema de ondas como

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

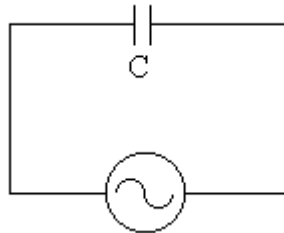
Aplicando la Ley de Ohm en este circuito, $V = I \cdot R$ obtendríamos que

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

con lo que es natural suponer que Intensidad que recorre esta resistencia y la diferencia de tensión a ambos lados de esta están en fase.

Condensador

Si en un circuito alimentado por la fuente fem senoidal situamos un condensador como se ve a continuación:



Circuito de corriente alterna con un condensador.

Podríamos llegar a la relación de intensidad en el circuito

$$I(t) = I_m \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

donde

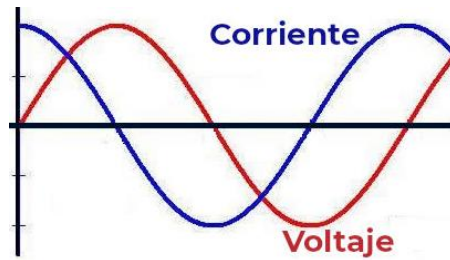
$$I_m = \omega \cdot C \cdot V_m = \frac{V_m}{X_c}$$

en la que X_c es la llamada Reactancia Capacitiva dada por

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

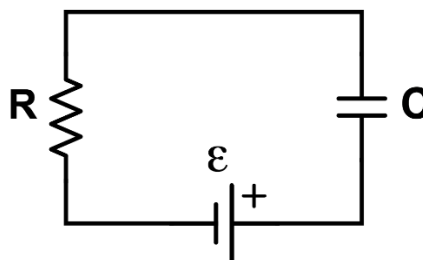
que es la oposición que hace el condensador eléctrico a la corriente. Así, la intensidad es mayor cuanto mayor sea la frecuencia.

Entonces, podemos comparar ambas ondas, de potencial en bornes del condensador e intensidad, y encontrar un desfase de $\frac{\pi}{2}$ de la intensidad respecto al potencial como se observa en la imagen de a continuación.



Circuito RC

Este tipo de circuito combina los elementos previamente mencionados en un mismo circuito con una fuente de corriente alterna tal y como se muestra en la figura siguiente:



Circuito RC.

en el cual el condensador y la resistencia están conectados en serie alimentados por la fuente fem armónica.

Posee ciertas características que debemos saber. La primera es la relación de suma directa de diferencias de potencial en bornes de cada elemento (condensador y resistencia) con la del potencial de la fuente, siendo así:

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

Para la intensidad en circuito se ve de la siguiente forma:

$$I(t) = I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

en esta, la fase (φ) equivale a

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{-X_C}{R}\right) = \text{arctg}\left(\frac{-1}{\omega \cdot R \cdot C}\right)$$

y la amplitud (I_m) a

$$I_m = \frac{V_m}{Z}$$

para la cual Z es la Impedancia del circuito, que indica la resistencia a una corriente alterna en ohmios de siguiente manera

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}$$

Y por sus magnitudes (Ω), en la Ley de Ohm se debe cumplir

$$V(t) = I(t) \cdot Z$$

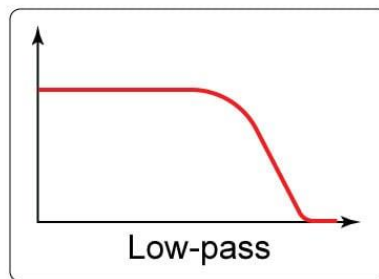
Por lo que, alterando la frecuencia vemos ciertas características en este circuito:

- $f \rightarrow \infty \Rightarrow Z \rightarrow R \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$
- $f \rightarrow 0 \Rightarrow Z \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$

También encontramos la relación

$$G = \frac{V_C}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2}}$$

en la que G es la ganancia (relación entre output e input). Por ello, el circuito RC funciona como un filtro pasabaja (filtro pasa bajo o low pass dependiendo de donde se consulte) que afecta a las altas frecuencias atenuándolas y favoreciendo las frecuencias más graves (un principio usado en altavoces y amplificadores de instrumentos eléctricos como el bajo eléctrico).



Ganancia frente a frecuencia para un filtro pasabaja.

Por otra parte, hay una frecuencia a la cual la fase es igual a 45° ($\frac{\pi}{4}$) y esto es cuando (en valores absolutos) la reactancia capacitiva es igual a la resistencia.

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \leftrightarrow R = X_C \rightarrow R = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \boxed{f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}}$$

Donde $R \cdot C$ es el Tiempo de Respuesta del circuito RC.

Usaremos más adelante para calcular la Impedancia la fórmula que encontraremos a continuación, partiendo del potencial en bornes del circuito completo y de la resistencia respectivamente:

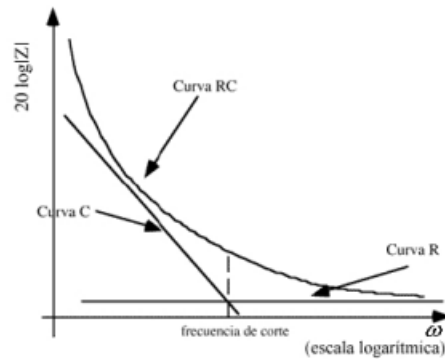
$$V_m = I_m \cdot Z$$

$$V_{mR} = I_m \cdot R$$

a lo que

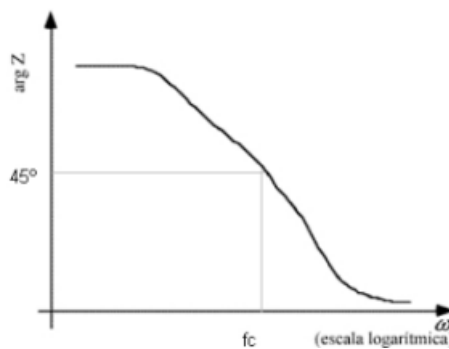
$$\frac{V_m}{V_{mR}} = \frac{Z}{R} \rightarrow \boxed{Z = R \cdot \frac{V_m}{V_{mR}}}$$

Otra forma de encontrar la frecuencia de corte antes mencionada es enfrentando Z frente a ω (en escala logarítmica) y situando e intersecando la curva de la resistencia (R) y del condensador (C), tangentes a la curva RC:



Módulo de la Impedancia frente a frecuencia.

Esto lo haremos en la primera parte de la práctica. En la segunda será el relacionar Z frente a la frecuencia para encontrar la fase:



Fase de la Impedancia frente a frecuencia.

4. Medida de Potenciales

4.1. Valores Teóricos

Para comenzar, calculamos el valor teórico de la frecuencia de corte y la constante de tiempo para este circuito.

Como la constante de tiempo se denota por:

$$T = R \cdot C$$

$$T = (10^4 \Omega) \cdot (12 \cdot 10^{-9} F) = 1,2 \cdot 10^{-4} s$$

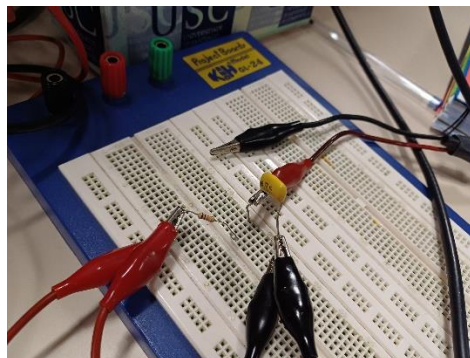
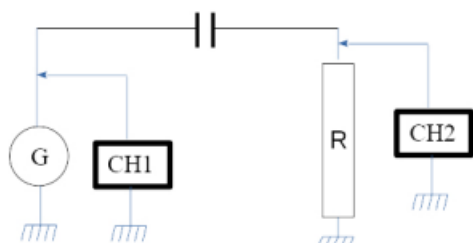
Y la frecuencia de corte como:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot T} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot (1,2 \cdot 10^{-4})} \approx 1326,29 \text{ Hz}$$

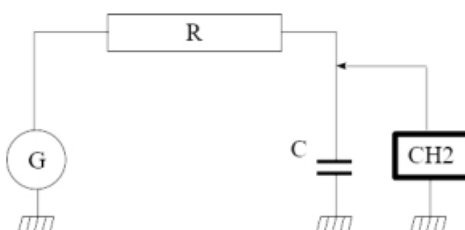
4.2. Primer Método Experimental

El punto principal ahora es calcular, en el circuito RC y con un voltaje del generador constante, en nuestro caso, de 10 Voltios, mediremos el potencial de la fuente y en bornes de la resistencia siguiendo el siguiente esquema:



Circuito RC conectado al generador y al osciloscopio.

Posteriormente, con el siguiente diagrama, tomaremos otras tantas medidas para medir el potencial del condensador para mismas frecuencias.



Circuito RC para medir la diferencia de potencial en el condensador.

Así, obtendremos los siguientes valores, siendo por orden el potencial en fuente, en bornes de la resistencia y en bornes del condensador. Cabe destacar que, por fabricante, las medidas de voltaje son entre picos en el osciloscopio pese a que la amplitud de onda (como se ve en el generador) es la mitad (como se puede observar al ver que en el generador seleccionamos 10 V y en el osciloscopio se marca aproximadamente el doble); pero esto no afecta a los cálculos ya que es, en todos, de proporcionalidad, por ello podemos evitar dividir entre 2 cada valor:

f (Hz)	V_m (V)	V_{mR} (V)	V_mC (V)
300 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$4,40 \pm 0,01$	$19,4 \pm 0,1$
400 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$5,60 \pm 0,01$	$19,2 \pm 0,1$
500 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$6,88 \pm 0,01$	$18,8 \pm 0,1$
600 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$8,20 \pm 0,01$	$18,2 \pm 0,1$
700 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$9,20 \pm 0,01$	$17,8 \pm 0,1$
800 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,1$	$17,2 \pm 0,1$
900 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$11,0 \pm 0,1$	$16,6 \pm 0,1$
1000 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$	$16,0 \pm 0,1$
1100 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$12,4 \pm 0,1$	$15,6 \pm 0,1$
1200 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$13,2 \pm 0,1$	$15,0 \pm 0,1$
1400 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$14,2 \pm 0,1$	$14,0 \pm 0,1$
1500 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$14,8 \pm 0,1$	$13,4 \pm 0,1$

1600 ± 10^{-6}	$20,4 \pm 0,1$	$15,0 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,1$
1700 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$15,4 \pm 0,1$	$12,6 \pm 0,1$
1800 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$15,8 \pm 0,1$	$12,2 \pm 0,1$
1900 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$16,0 \pm 0,1$	$11,8 \pm 0,1$
2000 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$16,4 \pm 0,1$	$11,4 \pm 0,1$
2100 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$16,6 \pm 0,1$	$11,0 \pm 0,1$
2200 ± 10^{-6}	$20,2 \pm 0,1$	$16,8 \pm 0,1$	$10,6 \pm 0,1$

Que, aplicando una escala logarítmica para posterior representación del módulo de la impedancia, tomado de los valores experimentales, frente a la frecuencia en este tipo de escala. Esta representación es la llamada curva RC, que acompañaremos de la curva R y curva C (de la resistencia y condensador) como asíntotas de la curva RC. Su intersección es, teóricamente, el valor de la frecuencia de corte; es por ello que para la tabla tomamos valores por encima de la frecuencia de corte y por debajo, para verificar su comportamiento.

Producimos, con las fórmulas anteriormente mencionadas en el apartado 3, la siguiente tabla (puesta con notación no técnica, directa de Excel, pues es con la que realizaremos las operaciones que después reduciremos):

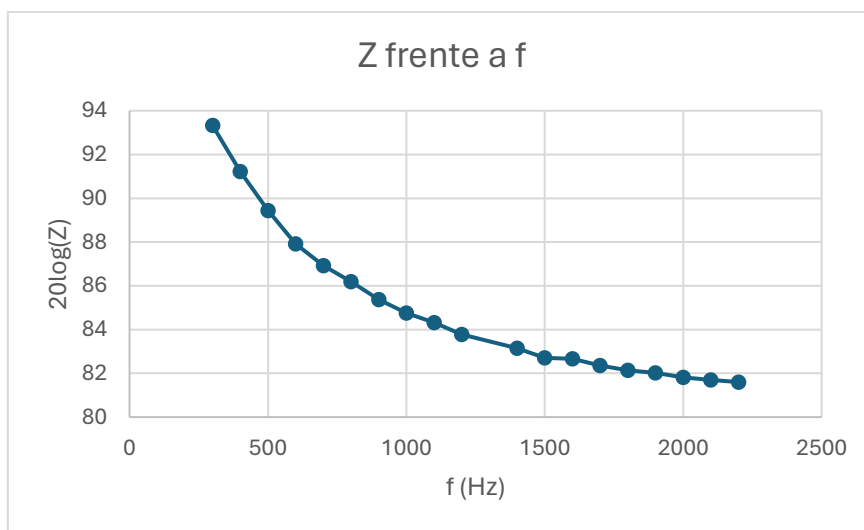
f (Hz)	V _m (V)	V _{mR} (V)	s(V _{mR})	V _{mC} (V)	s(V _{mC})	logf	Z	20logZ	V _{mR} /V _{mC}
300	20,4	4,4	0,01	19,4	0,1	2,47712125	46363,6364	93,3235498	0,22680412
400	20,4	5,6	0,01	19,2	0,1	2,60205999	36428,5714	91,2288428	0,29166667
500	20,4	6,88	0,01	18,8	0,1	2,69897	29651,1628	89,4408346	0,36595745
600	20,4	8,2	0,01	18,2	0,1	2,77815125	24878,0488	87,9163263	0,45054945
700	20,4	9,2	0,01	17,8	0,1	2,84509804	22173,913	86,9168468	0,51685393
800	20,4	10	0,1	17,2	0,1	2,90308999	20400	86,1926033	0,58139535
900	20,4	11	0,1	16,6	0,1	2,95424251	18545,4545	85,3647496	0,6626506
1000	20,4	11,8	0,1	16	0,1	3	17288,1356	84,7549632	0,7375
1100	20,4	12,4	0,1	15,6	0,1	3,04139269	16451,6129	84,3241696	0,79487179
1200	20,4	13,2	0,1	15	0,1	3,07918125	15454,5455	83,7811247	0,88
1400	20,4	14,2	0,1	14	0,1	3,14612804	14366,1972	83,1468365	1,01428571
1500	20,2	14,8	0,1	13,4	0,1	3,17609126	13648,6486	82,7017931	1,10447761
1600	20,4	15	0,1	13	0,1	3,20411998	13600	82,6707782	1,15384615
1700	20,2	15,4	0,1	12,6	0,1	3,23044892	13116,8831	82,356613	1,22222222
1800	20,2	15,8	0,1	12,2	0,1	3,25527251	12784,8101	82,1338856	1,29508197
1900	20,2	16	0,1	11,8	0,1	3,2787536	12625	82,0246277	1,3559322
2000	20,2	16,4	0,1	11,4	0,1	3,30103	12317,0732	81,8101504	1,43859649
2100	20,2	16,6	0,1	11	0,1	3,32221929	12168,6747	81,7048656	1,50909091
2200	20,2	16,8	0,1	10,6	0,1	3,34242268	12023,8095	81,6008418	1,58490566

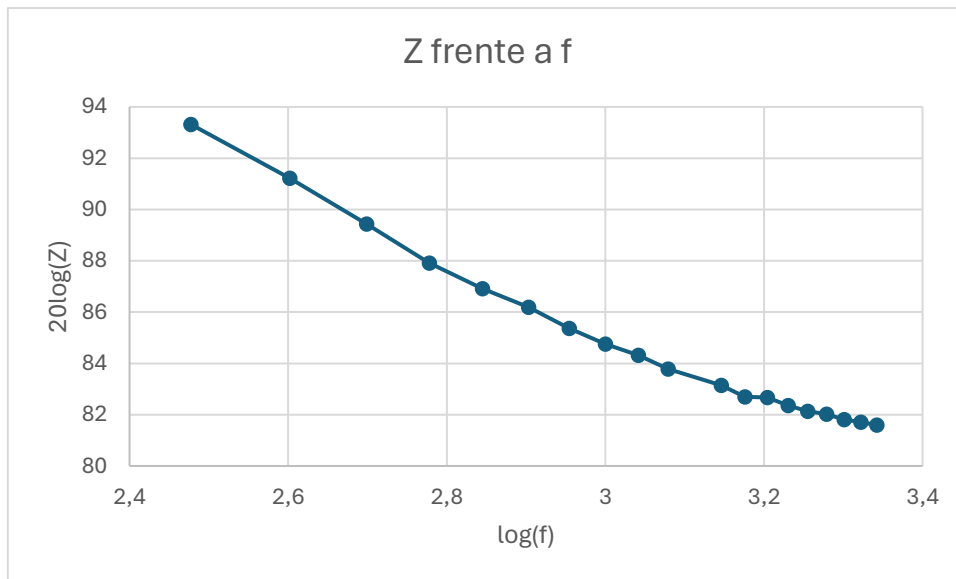
Con Z y su logaritmo con las consiguientes incertidumbres

$$s(Z) = \sqrt{\left(\frac{R}{V_{mR}}\right)^2 \cdot s^2(V_m) + \left(\frac{-R \cdot V_m}{V_{mR}^2}\right)^2 \cdot s^2(V_{mR})}$$

s(Z)	s(20logZ)
250,5	48,0
190,1	45,6
151,6	43,6
125,7	42,0
111,3	40,9
227,2	47,1
191,5	45,6
169,3	44,6
155,3	43,8
139,5	42,9
123,3	41,8
114,3	41,2
112,5	41,0
107,1	40,6
102,7	40,2
100,7	40,1
96,7	39,7
94,9	39,5
93,1	39,4

Así, la representación gráfica, en dos escalas distintas quedaría tal que:





Para añadir las rectas de R y C procedemos de la siguiente forma:

Curva R:

En un circuito de una resistencia sola, la impedancia resultaría constante y sería el propio valor de la resistencia, como se ve con la fórmula antes mencionada:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot C^2}}$$

Por ello, para nuestro caso:

$$Z = R = 10^4 \Omega$$

Y en escala logarítmica queda como

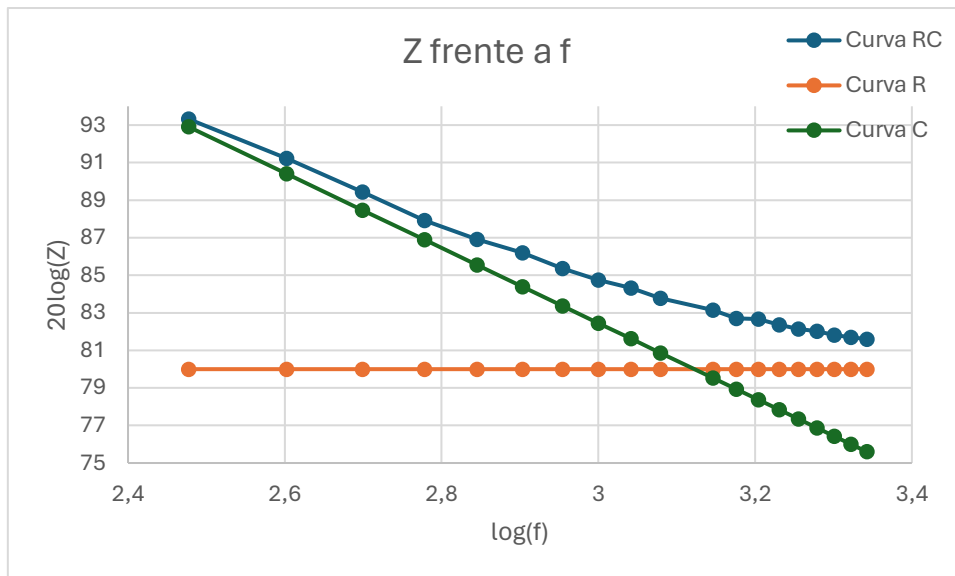
$$20 \cdot \log(Z) = 20 \cdot \log(R) = 80$$

Curva C:

Utilizando la misma fórmula que para hallar la Curva R, nos encontramos con que

$$Z = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot (1,2 \cdot 10^8) \cdot f}$$

Así, para ser representadas ambas en la gráfica, tendríamos:



Y, calculando la intersección, vemos ahora un valor solución de intersección trivial para la recta de la Curva R de $y = 80$. En cambio, para obtener la recta de la Curva C, tendremos que usar las fórmulas necesarias para su respectivo ajuste. Como no se requiere el procedimiento exacto, las obviaré y daré los resultados directos, así nos queda la siguiente recta para la curva C:

$$y = -20 \cdot x + 142,453$$

Lo curioso de esta recta es que su constante de regresión lineal era igual a 1, suceso casi imposible por lo tanto improbable, que culpo a la hoja de cálculo utilizada (Excel) por, seguramente, aproximar un valor cercano a 1 a 1. También cabe mencionar que se han tomado en ambos valores 3 decimales de referencia (el primero, $a=-20$ se ha dejado así en vez de $a=-20,000$ por comodidad, pero aquí lo destaco) pues al aplicar al siguiente sistema, da más exacto el valor de la frecuencia de corte.

Que ahora pasaremos a las magnitudes de sus ejes, más bien de x a $\log(f)$, ya que, como veremos en el siguiente sistema, resulta más sencillo igualar ambas rectas así:

$$\begin{cases} y = 80 \\ y = -20 \cdot \log(f) + 142,253 \end{cases}$$

Resolviendo por igualación, y despejando f , nos queda la frecuencia de corte (f_c).

$$f_c = 1326,33 \pm 1,00 \text{ Hz}$$

Que es muy cercano al valor teórico calculado previamente, por lo que se puede considerar un buen resultado.

4.3. Segundo Método Experimental

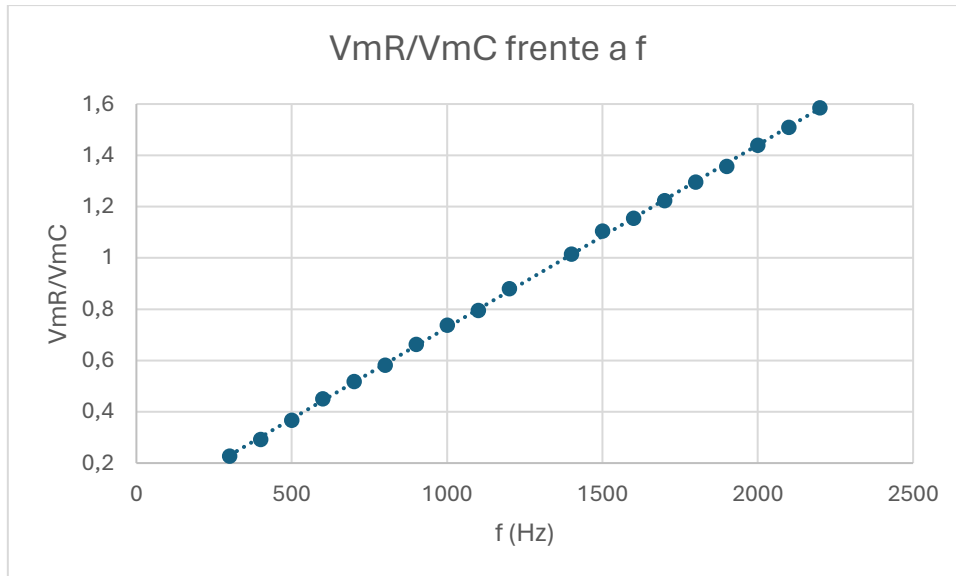
Ahora, para buscar otro método de obtención de la frecuencia de corte, utilizaremos los datos de la tabla para representar $\frac{V_{mR}}{V_{mC}}$ frente a f . Sabemos que con esta relación tenemos la ecuación:

$$\frac{V_{mR}}{V_{mC}} = 2\pi \cdot f \cdot R \cdot C$$

Y si esta proporción entre Potenciales es igual (intersección en la recta de la gráfica anterior), tendríamos, para despejar f como frecuencia de corte:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

Así que producimos la gráfica y hallamos, por el método de los mínimos cuadrados, la ecuación de la recta de tendencia.



Y con una constante de regresión lineal de $r = 0,99984233$, obtenemos:

$$y = 0,000711889 \cdot f + 0,0165752$$

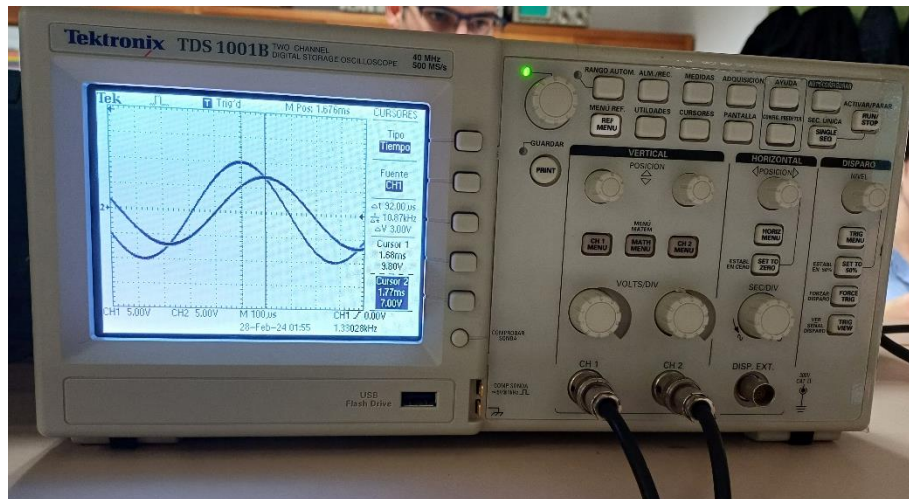
Igualamos a 1 y despejamos f :

$$f_c = 1381,43 \pm 2,98 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}$$

El cual no es un resultado demasiado bueno, a unos 55 Hz de distancia del valor obtenido teóricamente y en el punto anterior.

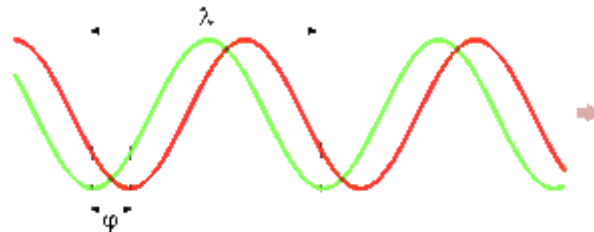
5. Desfase entre Señales

Con el osciloscopio en modo dual, tendremos visión de las señales tanto del generador como de la resistencia simultáneamente. Como ya explicamos al principio, en un circuito RC, entre ellas hay cierto desfase según la frecuencia. Este desfase será la “distancia” entre los picos de las dos ondas, siendo esta distancia el tiempo, en segundos.



Osciloscopio en modo dual.

Teniendo una onda como referencia, por ejemplo V_G con $\omega \cdot t_1$ (la de mayor amplitud) y V_R con su desfase añadido $\omega \cdot t_2 + \varphi$; buscamos la forma de obtener el parámetro φ , para ello calculamos la distancia entre picos $\Delta t = t_2 - t_1$



Ahora hacemos uso de la fórmula

$$\varphi = -2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$

Pero, por comodidad, tomaremos $\Delta t = |t_2 - t_1|$ y para el desfase haremos:

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$

Entonces, debemos comprobar que, para la frecuencia de corte, el desfase debería ser de $\frac{\pi}{4}$ o 45° .

Antes de mostrar la tabla, destacaré que, en laboratorio, a alturas de esta práctica, decidimos medir el valor de la resistencia por si hacía falta tener un valor de frecuencia de corte más preciso (para que diese más cercano a 45° , suceso que, como se verá más adelante, ocurrió).

Así es que medimos que el valor de la resistencia, según el polímetro, fue de:

$$\text{Resistencia: } (9,97 \pm 0,01) \cdot 10^3 \Omega$$

Por lo que, la nueva frecuencia de corte teórica sería de:

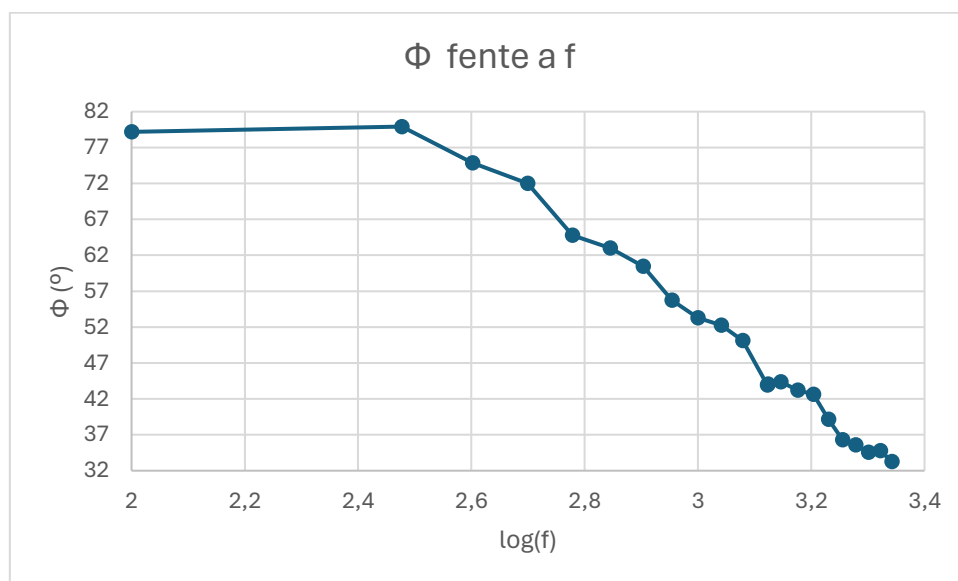
$$f_c = 1330,28 \pm 1,33 \text{ Hz}$$

Ahora, completamos la tabla, midiendo la distancia entre crestas y queda tal que:

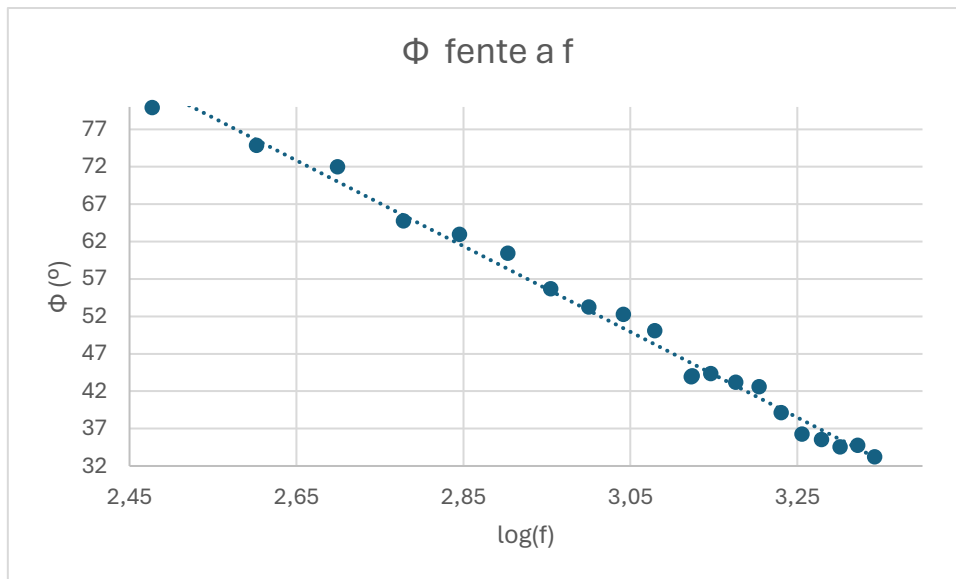
f (Hz)	log(f)	Δt (μs)	s(Δt) (μs)	Φ (rad)	Φ ($^\circ$)
100		2	2200	1,38230077	79,2
300	2,47712125	740	0,1	1,39486714	79,92
400	2,60205999	520	0,1	1,30690254	74,88

500	2,69897	400	0,1	1,25663706	72
600	2,77815125	300	0,1	1,13097336	64,8
700	2,84509804	250	0,1	1,09955743	63
800	2,90308999	210	0,1	1,05557513	60,48
900	2,95424251	172	0,1	0,97263709	55,728
1000	3	148	0,1	0,92991143	53,28
1100	3,04139269	132	0,1	0,91231851	52,272
1200	3,07918125	116	0,1	0,87461939	50,112
1326,29	3,1226385	92	0,1	0,76666598	43,9267248
1330,28	3,12394306	92	0,1	0,76897241	44,0588736
1400	3,14612804	88	0,1	0,77408843	44,352
1500	3,17609126	80	0,1	0,75398224	43,2
1600	3,20411998	74	0,1	0,74392914	42,624
1700	3,23044892	64	0,1	0,68361056	39,168
1800	3,25527251	56	0,1	0,63334508	36,288
1900	3,2787536	52	0,1	0,62077871	35,568
2000	3,30103	48	0,1	0,60318579	34,56
2100	3,32221929	46	0,1	0,6069557	34,776
2200	3,34242268	42	0,1	0,58056632	33,264

Representando ahora, el desfase en grados sexagesimales frente a la frecuencia en escala logarítmica queda tal que:



Pero el primer valor es bastante extraño y despunta, por lo que hacer regresión lineal con ese valor nos desviaría de forma drástica la recta, aunque fuera solo para aproximar (porque la función “parece” una recta, pero puede no serlo, aproximaremos a tal). Por ello lo descartaremos, al menos para formar la línea de tendencia:



Y podemos ver que, para estos puntos, los valores teóricos están bastante cerca de los 45°. 43, 9° para 1326,29 Hz y 44, 1° para 1330,28 Hz.

Pero, produciendo una recta, nos quedaría, con una constante de regresión lineal $r = 0,99394446$

$$y = -57,4233423 \cdot \log(f) + 225,044792$$

Al igualar y a 45 y despejar f, nos quedaría:

$$f_c = 1365,82 \pm 0,18 \text{ Hz}$$

Cabe destacar que estas medidas de desfase, sobre todo al medir la distancia entre picos, es bastante subjetiva, no por error máquina (limitación de píxeles, que es mínima) sino por humano. Cuando llevabas un rato ajustando onda, costaba ya a nuestras mentes saber diferenciar un pico de lo que no, dando a “pequeñas aproximaciones” que acaban por arrastrar más error. Por ello es que las medidas de frecuencia de corte nos han dado tan variadas.

7· Conclusión y Resultados

Los resultados obtenidos, mediante diversos métodos y formas los recolectaremos aquí:

f_c (Hz)	$s(f_c)$ (Hz)
1326,3	
1326,33	1,00
1381,43	2,98E-6
1330,28	1,33
1365,82	0,18

Hay cierta disparidad entre unos resultados y otros. Parece que no tenemos un buen intervalo de confianza, con ciertos valores “extraños”, pero cuyos problemas e imperfecciones ya hemos analizado.

Como conclusión, cabe decir nuestras nuevas experiencias, aprendiendo a usar un generados de corriente alterna y el osciloscopio, que tan lejanos y desconocidos se nos hicieron al principio.

8· Bibliografía

-Presentación sobre Análisis de Incertidumbres:

https://cv.usc.es/pluginfile.php/2390439/mod_resource/content/1/an%C3%A1lisis%20incertidumbres.pdf

-Informe de Laboratorio de Instrumentación en Corriente Alterna:

C:\Users\Lord_Fulgi\Downloads\Circuitos_elel_ctracos_ca.pdf